В изложении материала активно будут использоваться индексные обозначения, поскольку они существенно экономят место и время. Для этого, однако, нужно соблюдать некоторые правила.

**Классы индексов**.

Индексы первого класса – фиксирующие: .

Индексы второго класса – скользящие: . Без .

**Способы записи объектов**.

Объект нулевого порядка:

Объект первого порядка:

Объект второго порядка

Объект третьего порядка

Объект четвертого порядка

и т.д.

В этих примерах индексы пробегают значения . Их количество называется размерностью объекта. Это не обязательно размерность пространства и вообще может не иметь никакого отношения к размерности пространства.

Вывод элементов происходил в порядке “столбец -> строка”, но можно и наоборот – главное, чтобы правило не менялось.

Определим операцию **сложения** объектов:

Если задан объект , то называется транспонированным к объекту . Это обычная замена строк столбцами. Обозначают

Объекты, которые состоят из одних и тех же элементов и отличаются только расположением называются **изомерами**. Таким образом, транспонированные объекты – изомеры.

Если, например, или , то говорят, что такие объекты являются **симметричными** по индексам , если или , то **антисимметричными**.

**Симметрирование и альтернирование**. Любой объект можно представить в виде суммы симметричного и антисимметричного объектов по паре индексов.

**Умножить объект на число** означает умножить каждый элемент на это число.

**Свертка** (условие о суммировании).

Если в одночленном выражении встречаются два одинаковых скользящих индекса, то такие индексы называются **немыми**. Наличие немых индексов означает свертку, т.е. суммирование по всем измерениям объекта

Записи вида считаются некорректными. По фиксирующим индексам свертка не производится. Например, не означает свертку.

Каждая свертка уменьшает порядок объекта на две единицы, поэтому можно, например, написать

**Обобщенное умножение**.

Рассмотрим два объекта

Если объекты и коммутативны относительно операции сложения, получим, что .

Операция умножения элементов называется обобщенным умножением, а полученный объект называют мультипликативным. Очевидно, его порядок равен сумме порядков объектов сомножителей (при условии отсутствия свертки).

Видно, что множители можно менять местами, но индексы менять местами нельзя. Например, в общем случае

Обобщенное умножение дистрибутивно

Обобщенное умножение ассоциативно относительно числовых множителей

**Обобщенное умножение со сверткой**.

Правило свертки переносится и на обобщенное умножение

Нужно помнить только, что немых индексов не должно быть больше двух. Например

А записи вида вообще запрещены.

**Упорядочивание индексов**.

После различных преобразований индексы могут располагаться в произвольном порядке. Рекомендуется их упорядочивать, например, по алфавиту.

**Жонглирование индексами**.

Произвол в обозначениях индексов может быстро приводить к результату. Например, пусть

Докажем, что

Во втором слагаемом сделаем замену . Тогда

**Символы Кронекера и Леви Ливиты**

Символы Кронекера и Леви Ливиты активно используются в тензорном исчислении, дифференциальной геометрии и теории поля, однако они очень удобны и при работе с векторами и матрицами на базовом уровне.

**Символ Кронекера**

**Символ Леви-Чивиты.**

Свойства.